INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

ETUDE D'UNE BULLE DE SAVON

On considère une bulle de savon dans l'air. On suppose que l'état thermodynamique de la frontière liquide est parfaitement déterminé si on connait sa température T et sa surface totale σ.

Au cours d'une transformation infinitésimale réversible, T varie de dT et σ de $d\sigma$.

La chaleur échangée par la surface liquide est

$$\delta Q = m\, c\, dT + k\, d\sigma$$

et le travail des forces de tension superficielle est

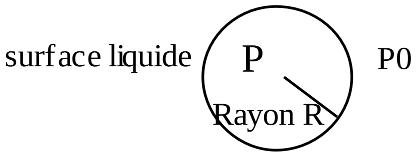
$$\delta W = A\, d\sigma$$

A désigne la tension superficielle du liquide et A est une fonction linéaire de T

Pour l'eau: $A = -10^{-4}\, T(K) + 0.1$ dans le système (SI),

$c = 4{,}18\ 10^{3}$ (J/Kg), Masse de la bulle $m = 10^{-6}$(SI), rayon de la bulle 10^{-2}(SI), T=293 K.

On montre que la pression P à l'intérieur de la bulle et la pression P0 sont liées par la relation



$$P - P0 = 2\, A/R, \quad \text{avec } P0 = 10^{5} \text{ (SI)} \qquad (1)$$

1°) - *En utilisant le 1er et le 2ème principes, montrer que k est une fonction de T et de dA/dT.*
A.N.: calculer k à l'aide des données numériques fournies.

2°) On cherche à étudier les variations du rayon R et de la surface de la bulle en fonction de la température ambiante T.

- *Avec la relation (1) et en considérant l'air à l'intérieur de la goutte comme un gaz parfait, montrer que*

$$(P/(P-P0) + k/A)\, dT/T = (3P/(P-P0) - 1)\, dR/R$$

- *A.N.: montrer que pour les données fournies ci-dessus, on a*

$$dT/T \approx 3\, dR/R$$

et donc: $$dT/T \approx 3/2\, d\sigma/\sigma$$

3°)- *A l'aide des résultats obtenus dans les questions 1 et 2, montrer que l'on peut négliger le terme k $d\sigma$ dans la chaleur échangée par la bulle au cours d'une transformation réversible.*

Réponses

1°) $dU = m\,c\,dT + (k+A)d\sigma$

$dS = m\,c\,dT/T + (k+A)d\sigma/T$

dU et dS sont des différentielles totales exactes

$$\left.\frac{\delta mc}{\delta\sigma}\right|_P = \left.\frac{\delta k+A}{\delta T}\right|_\sigma \text{ et } \left.\frac{\delta mc/T}{\delta\sigma}\right|_P = \left.\frac{\delta k/T}{\delta T}\right|_\sigma, \Longrightarrow k = -T\left.\frac{\delta A}{\delta T}\right|_\sigma$$

Comme A ne dépend que de T : $k = -T\frac{dA}{dT}$

2°) $P-P0 = 2\,A/R \Longrightarrow R(P-P0) = 2\,A \Longrightarrow \frac{dR}{R} + \frac{dP}{P} = \frac{dA}{A}$

-On $\frac{dA}{A} = -\frac{k}{A}\frac{dT}{T}$

et avec la loi des gaz parfaits PV= nRT, on a $\frac{dP}{P} + 3\frac{dR}{R} = \frac{dT}{T}$

on obtient $\frac{dT}{T}\left(\frac{P}{P-PO} + \frac{k}{A}\right) = \left(\frac{3P}{P-PO} - 1\right)\frac{dR}{R}$

- A.N. P-P0= 2A/R, avec R=0.1m et T= 293°C, on a P-P0= 14,1 pa

  On a donc $P \approx P0 = 10^5$ Pa

  k/A= 3/7===> $\frac{P}{P-PO} + \frac{k}{A} \ll \frac{P}{P-PO}\ et\ 1 \ll \frac{3P}{P-PO} - 1$

  ===> $dT/T \approx 3dR/R = 3/2\,d\sigma/\sigma$

3°) $\delta Q = m\,c\,dT + k\,d\sigma$

on pose $a = dA/dT$

$\delta Q = 4{,}18\ 10^{-3}\ dT - aTd\sigma$

$= 4{,}18\ 10^{-3}\ dT - 2/3 a\sigma dT$

$= 4{,}18\ 10^{-3}\ dT - 8\Pi/3\ 10^{-8}\ dT$

$\approx 4{,}18\ 10^{-3}\ dT$

Rq: cet exercice a pour but de montrer que les calculs thermodynamiques ne se font pas uniquement avec les variable (P,T,V).