INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Etude de la compression de l'air considéré comme un gaz parfait

Rappel et questions de cours sur un gaz parfait

On considère un gaz parfait dont la constante massique est r, ses paramètres d'état sont T, P et v (le volume massique). On néglige son énergie cinétique et son énergie potentielle.
Les capacités calorifiques massiques du gaz, c_p et c_v, sont connues et sont constantes.
On rappelle que $c_p - c_v = r$
-Rappeler la loi massique des gaz parfaits.
-Rappeler les expressions, du et dh, des variations de l'énergie interne et de l'enthalpie du gaz au cours d'une transformation infinitésimale.
-Rappeler l'expression du premier principe pour un système ouvert à une entrée et une sortie en régime permanent, et qui échange du travail utile δw^u (J/kg) et de la chaleur δq (J/kg). Que représente exactement δw^u ?
L'échange de chaleur dans une transformation réversible est donné par $\delta q = c_p\, dT + k\, dP$.
-A l'aide des expressions de du et dh, montrer que k=-v
-A l'aide de l'enthalpie, montrer que δw^u= vdP au cours d'une transformation réversible infinitésimale.
-Rappeler l'expression de la variation ds de l'entropie au cours d'une transformation infinitésimale.
-En déduire l'expression de la variation $\Delta s_{1\text{-}2}$ quand la température varie de T1 à T2 et la pression de P1à P2.

Remarque : toutes ces expressions seront utiles pour la suite.

Etude de la compression de l'air considéré comme un gaz parfait

Soit un compresseur d'air qui permet de faire passer la pression de P_1 à P_2 .
L'air est considéré comme un gaz parfait.
On donne $\gamma = c_p/c_v$; *-Montrer que* $c_p = r\,\gamma / (\gamma - 1)$.

1°_a) **La compression est réversible et adiabatique**
-A partir de l'expression de $\Delta s_{1\text{-}2}$, démontrer la relation $P_1^{1-\gamma}\, T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma}\, T_2^{\gamma}$,
ce qui s'écrit de façon plus générale : $P\, v^{\gamma} = Ks$, ou Ks est une constante.
- *En déduire le travail utile $w_s^u = \int \delta w^u$ échangé au cours de la transformation* en fonction de r, γ, et des conditions initiale et finale de température.

1°_b) Application numérique :
le gaz est de l'air ; γ =1,4 et r= 286,9 (SI). la température initiale est T_1=300K
-Calculer la température finale de compression T_2 si le rapport de compression est $P_2/P_1 = 10$
-Calculer la valeur du travail utile w_s^u.

2°_a) **La compression est réversible et isotherme**
- *Quelle est la relation entre v et P au cours de la transformation* ?
- *Calculer le travail $w_T^u = \int \delta w^u$* échangé au cours de la transformation,la température initiale est T_1.
- *En déduire la chaleur échangée q_T.*

2°_b) Application numérique : la température initiale est T_1=300K et $P_2/P_1 = 10$.
-Calculer le travail utile w_T^u.

3°) **La compression est réversible mais polytropique**.
La compression réversible dans un compresseur n'est ni isotherme ni isentrope. La température varie mais il y a aussi un échange de chaleur. L'analyse de la transformation réelle subie par le gaz montre qu'elle peut être représentée par une nouvelle loi : $P\, v^n = K_{poly}$, ou n et K_{poly} sont des constantes.
n est le coefficient polytropique déterminé par l'expérience, avec $1<n<\gamma$ (n= 1 est le cas isotherme, n=γ est le cas isentrope).
- *En reprenant le raisonnement du 1°-a), calculer le travail utile w_{poly}^u*, échangé au cours de la transformation en fonction de n, et des conditions initiale et finale de température.
- *Montrer que la chaleur échangée s'écrit $q_{poly} = c_n\,(T_2 - T_1)$,* ou c_n est le coefficient calorimétrique de la transformation polytropique. *Exprimer c_n en fonction de n, γ et r.*

Réponses

Rappel et questions de cours sur un gaz parfait

-$Pv=rT$

-$du=c_v dT$, $dh=c_p dT$

-$dh= \delta q + \delta w^u$. Pour un fluide dilatable et compressible, δw^u est le travail récupéré sur les parties mécaniques mobiles de la frontière du système qui contient le gaz. En général, le dispositif mécanique fait que ce travail est récupéré sur un axe tournant. Attention pour certains dispositifs ne mettant pas en jeu un fluide dilatable et compressible, δw^u n'est pas forcément un travail mécanique, mais il peut être un travail électrique, comme dans les piles à combustibles par exemple.

-$dh=du+dPv$ ===> $dh= c_p dT+(k+v)dP$. Donc pour un gaz parfait $k=-v$

-$dh= \delta q + \delta w^u$ et $\delta q=c_p dT-vdP$ ===> $\delta w^u=vdP$

-$ds= \delta q/T$

-$\Delta s_{1\text{-}2}= c_p Ln(T_2/T_1)-r\ Ln(P_2/P_1)$

Etude de la compression de l'air considéré comme un gaz parfait

$c_p - c_v = r$ ===> $c_p = r\ \gamma / (\gamma-1)$

1°-a) $\Delta s_{1\text{-}2}=0= Ln(T_2/T_1)^{cp} - Ln(P_2/P_1)^r$ ===> $(T_2/T_1)^{cp} = (P_2/P_1)^r$ ===> $P_1^{1-\gamma}\ T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma}\ T_2^{\gamma}$

on a $Pv=rT$ ===> $P_1\ v_1^{\gamma} = P_2\ v^{\gamma}$ ===> $P\ v^{\gamma} = Ks$

$w_s^u = \int vdP= Ks^{1/\gamma} \int dP/P^{1/\gamma}$===> $w_s^u =\gamma/(\gamma-1)\ r(T_2\text{-}T_1)$

1°-b) $P_2^{1-\gamma}\ T_2^{\gamma}= P_1^{1-\gamma}\ T_1^{\gamma}$ ===> $T_2= 579$ K

$w_s^u = 280{,}1$ kJ

2°-a) $Pv=rT=cst$. $w_T^u =rT1\ Ln(P2/P1)$

$\Delta h=0$, $q_T= -w_T^u$

2°-b) $w_T^u =198{,}2$ kJ

3°) dans le cas d'une transformation isentrope: $w_s^u =\gamma/(\gamma-1)\ r(T_2\text{-}T_1)$

Pour une transformation polytropique, on fait le même raisonnement, il suffit de remplacer γ par n dans la formule de w_s^u : $w_{poly}^u =n/(n-1)\ r(T_2\text{-}T_1)$

$\Delta h=0$, $q_{poly}= \Delta h -w_T^u$ ===> $q_{poly}=(c_p\text{- } nr/(n-1))(T_2\text{-}T_1)$

$c_n=c_p\text{- } nr/(n-1)$. Rq : on peut faire retrouver pour des valeurs particulières de n les cas isentrope et isotherme