INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Etude de la détente de l'eau liquide dans le vide

Questions préliminaires pour l'exercice:

Le volume massique d'un mélange liquide-vapeur est noté $v_{mél}$ et l'énergie interne $u_{mél}(X_v,T)$.
T est la température et X_v le titre massique de vapeur.
-Montrer avec un raisonnement simple que $v_{mél}= (1- X_v)\, v_l+ X_v\, v_v$
avec v_l et v_v les volumes massiques du liquide et de la vapeur.
_On considère que ce mélange est obtenu par chauffage à partir de l'eau liquide à To.
Exprimer $u(X_v,T)$ en fonction des paramètres d'état.
Les paramètres d'état sont définis par :

-P_{vap} la pression de vapeur à la température T
-c_l est la capacité calorifique du liquide indilatable et incompressible, c_l est constant,
-L_{vap} est la chaleur latente de vaporisation,
-v_l et v_v les volumes massiques du liquide et de la vapeur à T et Pvap.
On notera u_o l'énergie interne massique de l'eau liquide à T_o.

-Rappeler l'expression massique de la loi des gaz parfait.

Les caractéristiques de l'eau sont rappelées ci-dessous.

- Masse molaire M_{H2O}=0.018 kg,
- masse volumique de l'eau liquide $\rho_l=10^3$ kg/m3.
- La chaleur latente de vaporisation est supposée constante et égale à L_{vap}= 2350 kJ/kg.
- La pression de vapeur à l'équilibre est donnée par

$$\mathbf{Ln(P_{vap})= 25,083 - 5084/T}$$

avec P_{vap} en Pa et T en Kelvin.

- La vapeur d'eau est un gaz parfait, et la constante massique des gaz parfaits est r_{h2o} = 8,32/0,018 (SI)

Vapeur sèche et vapeur saturante de l'eau.

On introduit m_0=1g d'eau liquide dans un récipient indéformable de volume V_0=1 litre, et initialement vide. Une partie de l'eau se vaporise et on étudie l'état d'équilibre atteint.
On note V_v, le volume de vapeur à l'équilibre dans le récipient et V_l le volume du liquide.
1°) *calculer le volume initial $V_{l,0}$ du liquide dans le récipient.*
2°) **La température initiale est T_{ini}=323 K et le récipient est maintenu à cette température.**
L'objectif est de déterminer le titre en vapeur X_v de l'état final.
2°-a) *Quel serait le volume $V_{v,max}$ de vapeur à l'état saturé si toute l'eau liquide était vaporisée ?*
Montrer qu'il reste de l'eau liquide dans le récipient en fin de détente.
Pour simplifier les calculs, on admettra que le volume occupé par la vapeur est très supérieur au volume de liquide. *Avec cette hypothèse, calculer le titre massique Xv de vapeur.*
Faire l'application numérique.
2°-b) *Montrer que si on ne néglige pas le volume du liquide, alors $Xv=(V_0-V_{l,0})/(V_{v,max} - V_{l,0})$,*
avec $V_{l,0}$ le volume initial du liquide dans le récipient.
Faire l'application numérique.

Dans la suite des questions, on néglige le volume occupé par le liquide devant celui de la vapeur
2°-c) *Calculer en fonction des paramètres d'état (T, Xv et L_{vap}), la variation d'énergie interne de l'eau contenue dans le récipient. Faire l'application numérique*
En déduire la chaleur échangée au cours de cette transformation.

3°-a) **La température initiale est T_{ini}=323 K et les parois du récipient sont adiabatiques.**
On suppose que, dans l'état final, il y a du liquide et de la vapeur.
L'objectif est de déterminer la température T_{final} et le titre en vapeur Xv de l'état final.
Faire le bilan d'énergie de la transformation de l'eau au sein du récipient indéformable, et montrer que :

(a) $$X_v = \frac{c_l(T_0 - T_{final})}{L_{vap} - P_{vap}v_v}$$, ou T_{final} est la température finale atteinte

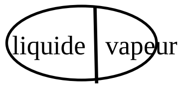
Justifier que $T_{final} < T0$.
3°-b) Combien de paramètres sont inconnus dans la relation (a) ci-dessus ?
Quelle relation supplémentaire peut être écrite pour pouvoir calculer la température et le titre Xv ?
Montrer que :

(b) $$V_0/m_0 = X_v v_v$$

La résolution des équations (a) et (b) n'est pas analytique. Mais on peut estimer une valeur de T (ou de X_v) graphiquement. *Proposer et expliquer succinctement une méthode*.
En appliquant une telle méthode, on trouverait T= 32 °C.
En déduire la valeur du titre massique X_v de la vapeur en fin de détente, et comparer au résultat du 2°)

Réponses

-Soit une masse $m_{mél}$ de mélange liquide vapeur.



Il contient une masse m_l de liquide et une masse m_v de vapeur

Le volume du mélange est $V_{mél}$, celui du liquide V_l et celui de la vapeur V_v

Le volume du mélange : $V_{mél}= V_l + V_v$ ===> $v_{mél}= (V_l + V_v)/ m_{mél}$

(Rappel, les lettres minuscules désignent des quantités massiques)

$v_{mél}= V_l/m_l*m_l/m_{mél} + V_v/m_v*m_v/m_{mél}$ ===> $v_{mél}= v_l*Xl + v_v*X_v$

comme on a $X_{mél}= X_l + X_v$, on retrouve la formule

-calcul de $u(T, x_v)$ à l'aide de deux transformations:

T0, eau liquide ----> Pvap, T, eau liquide ----> Pvap, T, mélange liquide-vapeur

Echange par unité de masse : c(T-T0) $x_v L_{vap} + W_{vap}$

On montre facilement que $W_{vap}= - P_{vap} (v_{mél}- v_l)= - P_{vap} x_v (v_v- v_l)$

===> $\Delta u= u(T, x_v)-u_0= c(T-T0) + x_v L_{vap} - P_{vap} x_v (v_v- v_l)$

$u(T, x_v) = u_0+ c(T-T0) + x_v L_{vap} - P_{vap} x_v (v_v- v_l)$

- $Pv= r_{h2o} T$ pour le gaz parfait, avec r=R/M, M masse molaire

Vapeur sèche et vapeur saturante de l'eau.

1°) $V_{l,0}=m_0/\rho_l =1cm^3$

2°-a) $P_{vap}(50°C)V_{v,max}=r_{H2O}323$

$Ln(P_{vap})= 25{,}083 –5084/T$ ===> $P_{vap}(50°C)=11{,}42$ kPa ===> $V_{v,max}= 13{,}07$ l

$V_{v,max} > 1l$, il reste du liquide

$X_v= m_v/m_0$

$P_{vap}v_v= r_{h2o}T$, avec $v_v=V_v/m_v\approx V_0/m_v$ ===> $P_{vap} V_0/m_v = r_{h2o}T$

$m_v = P_{vap}V_0/ (r_{h2o}T)$ ===> $X_v= 7{,}65\%$

2°-b) $m_l=m_0-m_v$

$V_0=V_l+V_v= m_l/\rho_l + r_{h2o}T\ m_v/P_{vap}= (m_0- m_v)/\rho_l + r_{h2o}T\ m_v/P_{vap}$

$[V_0- m_0/\rho_l]= [r_{h2o}T/P_{vap} - 1/\rho_l\ ]\ m_v$

$[V_0- m_0/\rho_l]= [m_0\ r_{h2o}T/P_{vap} - m_0/\rho_l\ ]\ X_v$ ===> formule retrouvée

A.N.: $X_v= 7{,}65\%$, même résultat que précédemment

2°-c) $\Delta U=m_0[u_f – u_i]= m_0[u(T,X_v) – u_l(T)]$

$\Delta U= m_0\ X_v\ [L_{vap} – r_{h\ 2o}T]$, avec $v_l << v_v$

$\Delta U= Q$, car il n'y a pas de travail échangé ===>Q=168 J (apport de chaleur)

3°-a) le système de masse m0 dans le volume V0 est adiabatique et indéformable

$\Delta U =0$ ===> $U_f = U_i$

$u_0+ c(T_{final}-T_0) + X_v L_{vap} - P_{vap}(T_{final})X_v (v_v- v_l) = u_0$

===> $X_v = [c(T_0- T_{final})]/ [L_{vap} - P_{vap}(T_{final}) (v_v- v_l)]$

Si on admet $v_l << v_v$, $P_{vap}(T_{final})\ v_v= r_{h2o}T_{final}$,

On ne connait pas T_{final}, mais l'ordre de grandeur de $(r_{h2o}T_{final}) =149{,}3\ 10^3$ avec T_{final}=323K

$Lvap= 2350\ 10^3$ J/kg > $r_{h2o}T_{final}$

Comme X_v>0, on en déduit $T_{final}< T_0$

3°-b) Il y a 2 inconnues : T_{final} et X_v, car on connait la relation $P_{vap}=P_{vap}(T)$.

Pour résoudre l'équation (a), il faut une relation supplémentaire $V_0=V_v$ (en négligeant V_l).

En divisant par m_0, on obtient : $V_0/ m_0=X_v\ v_v$

Pour résoudre les relations (a) et (b), afin de trouver T_{final} et X_v, on utilise une méthode graphique.

On a $X_v = [c(T_0- T_{final})]/ [L_{vap} - r_{h2o}T_{final}]$, or on a $X_v=V_0/(m_0v_v)$

On obtient: $v_v = V_0/(m_0\ [L_{vap} - r_{h2o}T_{final}]/[c(T_0- T_{final})]$ (1)

Et on a aussi : $v_v=r_{h2o}T_{final}/P_{vap}(T_{final})$ (2)

On trouverait T_{final}= 32°C= 305 K

A.N. : X_v=3,2% < cas précédent, ce qui est logique car

On n'a pas apporté de chaleur