

# INSA de Rouen

## Département Energétique et propulsion

### Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

#### ETUDE L'ENTHALPIE D'UN GAZ REEL

##### On considère une mole d'un gaz réel

Soit  $C_p$  et  $k = -T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$  les coefficients calorimétriques du gaz réel.

1°) (question de cours) soit une transformation infinitésimale faisant varier la température  $T$  de  $dT$  et la pression  $P$  de  $dP$ .

*Donner, pour cette transformation, la variation  $dH$  de l'enthalpie en fonction de  $dT$  et  $dP$ .*

*En déduire la valeur pour un gaz parfait*

2°) *Montrer que l'enthalpie du gaz réel est donnée par*

$$H(T, P) = H_{gp}(T) + \int_0^P \left( V - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right) dP$$

3°) Le gaz vérifie l'équation d'état suivante

L'équation d'état du gaz est (pour une mole)

$$PV = A + B P.$$

Les paramètres  $A$  et  $B$  sont indépendants de la pression  $P$  et du volume  $V$ .

3°)-a. Pour des pressions faibles, le gaz a un comportement de gaz parfait. *Donner alors la valeur du paramètre  $A$ .*

3°)-b. En supposant que  $B = B_0$  soit indépendant de la température, *calculer l'enthalpie du gaz réel en fonction de l'enthalpie du gaz parfait (pris dans les mêmes conditions de  $T$  et  $P$ ).*

Le gaz subit une détente qui le fait passer de 1000K à 500K, et de  $10 \cdot 10^5$  à  $1 \cdot 10^5$  Pa. On donne  $B_0 = 3 \cdot 10^{-5}$  (SI),  $C_p = 7/2 R$  ;  $R = 8,32$  (SI)

*Calculer numériquement  $\Delta H_{réel}$  au cours de la détente .*

*Donner l'écart relatif entre  $\Delta H_{réel}$  et  $\Delta H_{GP}$ ,*

$$(\Delta H_{réel} - \Delta H_{GP}) / \Delta H_{GP}$$

*$\Delta H_{GP}$  correspondant au cas où le gaz est supposé parfait.*

*conclusion ?*

3°)-c En réalité le paramètre  $B$  est fonction de la température

$$B(T) = B_0 \left[ 1 - \left( \frac{T_0}{T} \right)^\alpha \right] \text{ avec } B_0 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ (SI) , } \alpha = 1.4 \text{ et } T_0 = 293 \text{ K}$$

*Reprendre les calculs précédents et montrer que*

$$h(T, P) = H_{gp}(T) + B_0 \left[ 1 - (\alpha + 1) \left( \frac{T_0}{T} \right)^\alpha \right] P$$

*calculer à nouveau numériquement  $\Delta H_{réel}$  au cours de la détente et l'écart relatif au cas du gaz parfait  $(\Delta H_{réel} - \Delta H_{GP}) / \Delta H_{GP}$ .*

*Le nouveau terme de correction est-il négligeable ?*

## Réponses

$$1^\circ) dh = c_p dT + (k+v) dP, dh_{gp} = c_p dT \implies k = -v$$

$$2^\circ) dh = dh_{gp} + (v - T \partial v / \partial T) dP$$

$$\text{En intégrant à } T = \text{cst de } 0 \text{ à } P, \text{ on obtient } h(T, P) = h_{gp}(T) + \int_0^P (v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P) dP$$

$$\text{Avec } h(T, P=0) = h_{gp}(T)$$

$$3^\circ\text{-a) } Pv = A + BP, \text{ si } P \rightarrow 0 \text{ alors } PV \rightarrow A \text{ et on a un gaz parfait, } A = RT$$

$$3^\circ\text{-b) } Pv = RT + B_0P \implies \text{on obtient } v - T \partial v / \partial T = B_0 \text{ et } h(T, P) = h_{gp}(T) + B_0P$$

$$\Delta h_{\text{réel}} = c_p(T_2 - T_1) + B_0(P_2 - P_1) = \Delta h_{gp} + B_0(P_2 - P_1) \implies (\Delta h_{\text{réel}} - \Delta h_{gp}) / \Delta h_{gp} = 0,2\%$$

$$3^\circ\text{-c) } v - T \partial v / \partial T = B_0 [1 - (\alpha_T + 1)(T_0/T)^\alpha], \text{ d'où la relation}$$

$$\Delta h_{\text{réel}} = \Delta h_{gp} + B_0(P_2 - P_1) - (\alpha_T + 1)(T_2/T_1)^\alpha (P_2 - P_1) \implies (\Delta h_{\text{réel}} - \Delta h_{gp}) / \Delta h_{gp} = 0,1\%$$