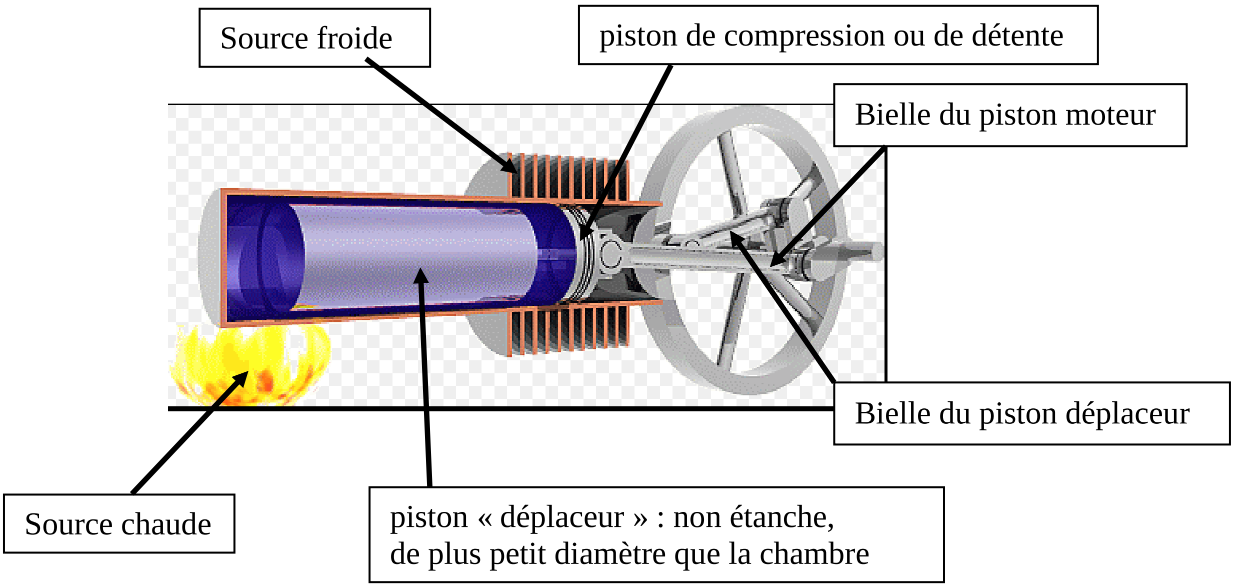
INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

ETUDE DU CYCLE DE STIRLING

Avec le cycle de Stirling, il est possible de réaliser un moteur à piston fonctionnant en cycle fermé, c'est toujours la même quantité d'air qui effectue les cycles les uns après les autres. Les échanges de chaleurs sont donc externes au moteur.

Questions Préliminaires : La figure ci-dessous donne le schéma d'un moteur de type béta fonctionnant suivant le principe du cycle de Stirling.
(source : https://fr.wikipedia.org/wiki/Moteur_Stirling)



-1 Les pistons sont de faibles masses et ils stockent peu de chaleur. *Peut-on espérer atteindre le rendement maximal de Carnot ?*
Réponse :

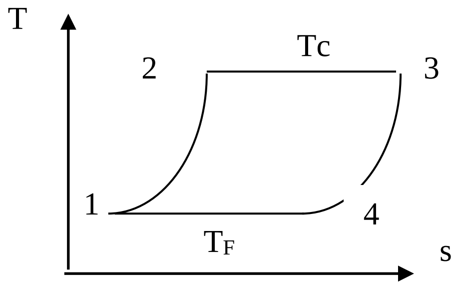
-2 *A quoi sert le piston déplaceur* ?
Réponse :

-3 *Sur quel piston est produit le travail au cours du cycle* ?
Réponse :

-4 Au cours des échanges de chaleur à volume constant, est-ce le piston de déplacement bouge ?
Réponse :

-5 Dans le cas de la figure ci-dessus, le cycle est à une étape ou le piston moteur ne bougera pas beaucoup (bielle position basse), et le piston de déplacement est en train de redescendre (bielle en position intermédiaire). Quelle étape du cycle de Stirling est en train de se réaliser ?
Réponse :

Cycle idéale de Stirling
L'allure du cycle idéal de Stirling dans le diagramme (T,s) est donnée par la figure ci-dessous

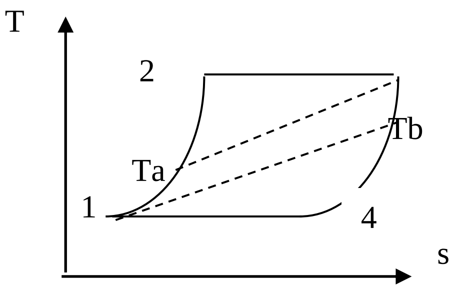


L'air est supposé être un gaz parfait et toutes les transformations sont réversibles.
On considère que cv est constant.

Les données du problème sont: V2, V3, T_F, T_C, r constante massique des gaz parfaits pour l'air, cv capacité calorifique massique à volume constant.

1°) *Décrire toutes les transformations du cycle (6 lignes maximum)*
2°) *Tracer l'allure du cycle dans le diagramme (P,v)*
3°) *Sur le diagramme (T,s) et pour chaque étape, indiquer les chaleurs et les travaux échangés, pour l'unité de masse d'air qui parcourt le cycle.*
4°) *Justifier mathématiquement l'allure T=T(s) des transformations 1-2 et 3-4 dans le diagramme (T,s)*
5°) *Calculer q_{1-2}, chaleur (massique) échangée au cours de l'étape 1-2, et comparer à q_{3-4}.*
Calculer Δs_{1-2}, la variation d'entropie (massique) au cours de l'étape 1-2, et comparer à Δs_{3-4}.
6°) *calculer le rendement η_S du cycle de Stirling s'il y a régénération interne (c'est-à-dire que q_{1-2} est apportée par q_{3-4})*
Rappeler les transformations du cycle de Carnot. Comparer les rendements des deux cycles.
7°) On donne : Tf=500 K; TC=1000 K; r=0,287; cv= 0,805 (SI)
Donner la valeur numérique du rendement η_S du cycle de Stirling avec regénération.
le rapport volumétrique de compression est V3/V2 = 3
Quelle doit être la vitesse de rotation, en tour/mn, pour que le moteur fournisse une puissance de 1 kW/kg-air ?
8°) *calculer le rendement $\eta_{S'}$ du cycle de Stirling sans régénération interne*
9°) On donne : Tf=500 K; TC=1000 K; r=0,287; cv= 0,805 (SI)
Donner la valeur numérique du rendement $\eta_{S'}$ du cycle de Stirling sans regénération.

Cycle réel de Stirling avec régénération
En réalité, le régénérateur interne n'est pas parfait. Lors de la phase de chauffage interne, l'air issu de 1 n'atteint pas la température T_2 mais la température $Ta < T_2$. De même, lors du refroidissement interne, l'air issu de 3 n'atteint pas la température T_4 mais la température $Tb > T_4$, comme cela est représenté sur le schéma ci-dessous.
On définit l'efficacité α du régénérateur interne par $\alpha = q_{1-a} / q_{1-2}$, avec q_{1-a} la chaleur reçu par l'air lors de son passage dans le régénérateur.
10°) *Calculer le rendement réel $\eta_{réel}$ du cycle réel en fonction de η_S (voir question 6), α, cv, r ,et du rapport volumique v3/v2.*



11°) On donne : Tf=500 K; TC=1000 K; r=0,287; cv= 0,805 (SI)
Donner la valeur numérique du rendement $\eta_{réel}$ *du cycle réel de Stirling avec régénération.*
Avec un rapport volumétrique de V3/V2 = 3 et α = 0,5

Cycle idéal de Stirling pour produire du froid.
Il est possible de produire du froid avec un cycle de Stirling.
12°) *Tracer dans le diagramme (T,s) l'allure du cycle idéal de Stirling qui produit du froid.*
Indiquer dans quel sens le cycle est parcouru.
Sur le diagramme (T,s) et pour chaque étape, indiquer les chaleurs et les travaux échangés.
13°) *calculer l'efficacité idéale* η_{froid} *du cycle froid avec régénération interne.*
14°) On donne : Tf=500 K; TC=1000 K; r=0,287; cv= 0,805 (SI)
Donner la valeur numérique de l'efficacité idéale η_{froid} *du cycle de Stirling avec régénération.*
le rapport volumétrique est V3/V2 = 3
Quel doit être la vitesse de rotation, en tour/mn, pour que le cycle fournisse une puissance 'froide' de 100 W / kg-air ?

Réponses

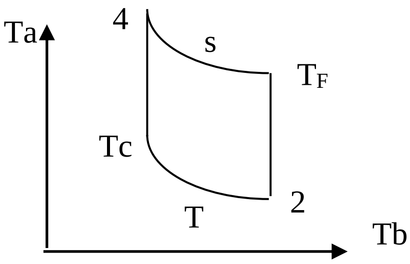
Questions Préliminaires

1- Non car il n'y a pas de régénération interne
2- Il sert à déplacer l'air de la source chaude à la source froide pendant les transformations à volume constant
3- Sur le piston moteur, pendant la compression et la détente
4- Oui
5- L'air est déplacé vers la source chaude, e chauffage est à volume constant

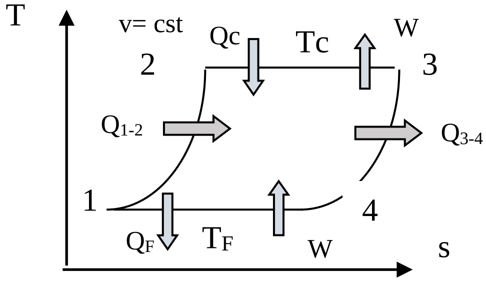
Cycle idéale de Stirling

1°) 1-2 : chauffage isochore
2-3 : chauffage isotherme avec une source chaude, mais avec détente (échange de travail)
3-4 : refroidissement isochore
4-1 : refroidissement isotherme avec une source froide, mais avec compression (échange de travail)

2°)



3°) Pour le système égale à l' unité de masse d'air qui parcourt le cycle, les échanges de chaleur et de travail échangés sont représentés par des flèches, qui rentrent si l'air reçoit de l'énergie, qui sortent si l'air donne de l'énergie.



4°) 1-2 : 1-2 : chauffage isochore
$\delta q = Tds = cv\ dT$, donc $T= cst\ \ e^{(s/cv)}$, la transformation $T=T(s)$ à l'allure d'une exponetielle

5°) $q_{1-2} = \int cv\ dT= cv\ (T_C-T_F) = -q_{3-4}$
$\Delta s_{1-2} = \int cv\ dT/T= cv\ Ln\ (T_C/T_F) = -\ \Delta s_{3-4}$

6°) $\eta= -\ w_{cycle}/\ q_c$ car q_{1-2} est apportée par q_{3-4}
$\Delta u_{cycle} = 0 = \Sigma_{cycle}\ q + \Sigma_{cycle}\ w$, donc $w_{cycle}= -\ q_C-q_F$
$\Delta s_{cycle} = 0 = \Sigma_{cycle}\Delta s$, donc $0= q_C/T_c- q_F/T_F$
On en déduit $\eta= 1+ q_F/q_C = 1- T_F/T_C$, c'est exactement le rendement du cycle de Carnot, qui comprend 2 isothermes réversibles et deux adiabatiques réversible !

7° $\eta= 0,5$
$w_{cycle}= -\ q_C-q_F$
Chaleur échangée sur une isotherme : $\Delta u_T = 0$ (gaz parfait), donc $q= \int P\ dv$
Pour l'étape 2-3 : $q_C = rT_C\ Ln(V_3/V_2)$
Pour l'étape 4-1 : $q_F = rT_C\ Ln(V_1/V_4)$

$q_C + q_F = r\,Ln(V_3/V_2)\,(T_C - T_F)$ ===> $w_{cycle} = -\,r\,Ln(V_3/V_2)\,(T_C - T_F)$

$P_{mec} = r\,Ln(V_3/V_2)\,(T_C - T_F)\,N(tr/s)$ ===> N = 6,34 tr/s (= 380 tr/mn)

8°) $\eta_{ssReg} = -\,w_{cycle}/(q_c + q_{1-2})$

On a toujours $q_{1-2} = -q_{3-4}$, donc $\eta_{ssReg} = (q_c + q_F)/(q_c + q_{1-2}) = \eta/[1 + q_{1-2}/q_c)$

$q_{1-2} = cv\,(T_C - T_F)$ (isochore) et $q_C = rT_C\,Ln(V_3/V_2)$

===> $\eta_{ssReg} = \eta/[1 + cv\,\eta/(r\,Ln(V_3/V_2)]$

9°) $\eta_{ssReg} = 0{,}22$

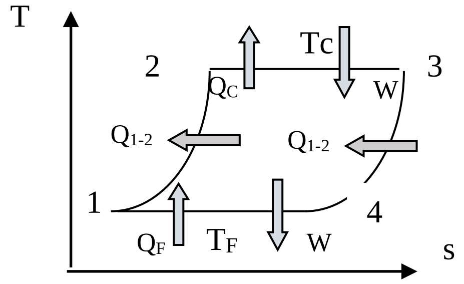
10°) $\eta_{réel} = -\,w_{cycle}/(q_c + q_{a2})$, q_{a1} est fourni par régénération interne lors de l'étape 3-4

On a toujours $q_{1-2} = -q_{3-4}$ et $w_{cycle} = -\,q_C - q_F$ ===> $\eta_{réel} = (q_C + q_F)/(q_c + q_{a2})$

On a $q_{a2} = (1-\alpha)\,q_{1-2}$, on obtient $\eta_{réel} = \eta/[1 + (1-\alpha)\,cv\,\eta/(r\,Ln(V_3/V_2)]$

11°) $\eta_{réel} = 0{,}305$, ce qui reste meilleur que le cas sans régénération.

12°)



Le cycle doit être parcouru en sens inverse du cycle moteur

13°) $\eta_{froid} = -\,q_F/w_{cycle}$, q_{3-4} ne peut pas être utilisée car cet échange est impliqué dans la Régénération interne

On a toujours $q_{1-2} = -q_{3-4}$ et $w_{cycle} = -\,q_C - q_F$

On obtient $\eta_{froid} = T_F/(T_C - T_F)$

14°) $\eta_{froid} = 1$

$q_F = rT_C\,Ln(V_1/V_4)$, donc $P_{froid} = rT_C\,Ln(V_1/V_4)\,N(tr/s) = 0{,}182$ tr/s = 10 t/mn

Conclusion : le cycle de Stirling permet de faire des moteurs de faible puissance, pouvant récupérer de façon externe des chaleurs perdues. Il est aussi utilisé pour le refroidissement de petites pièces, comme par exemple les détecteurs des caméras infrarouge.