

**INSA de Rouen**  
**Département Energétique et propulsion**  
**Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)**

**Refroidissement avec une détente de Joule-Thomson**

**Etude préliminaire**

On considère un kilogramme de gaz. On montre que l'enthalpie massique du gaz réel est donnée par

$$h(T, P) = h_{gp}(T) + \int_{P_0}^P \left( v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \right) dP$$

Rq : le terme  $v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$  est pris à la température T

$h_{gp}$  est l'enthalpie du gaz parfait à T:  $h_{gp} = c_p (T - T_0)$  (origine des enthalpies à 0 pour  $T_0$ ),

à  $T_0, P_0$ , le gaz est un gaz parfait.

L'équation d'état de l'azote est donnée par la loi approchée

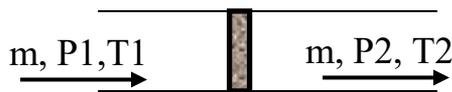
$$Pv = rT + [B - A/(rT)]P \text{ avec } A = 165,8 \text{ Jm}^3/\text{Kg}^2, B = 1,357 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{Kg}, r = 297,1 \text{ J/Kg/K}$$

Calculer l'enthalpie de l'azote en fonction de l'enthalpie du gaz parfait (pris dans les mêmes conditions de T et P), de la pression  $P_0$ , et des paramètres de l'équation d'état.

**Refroidissement de l'azote par détente**

On cherche à refroidir de l'azote avec une détente de Joule-Thomson.

On détend de façon adiabatique le gaz en le faisant circuler sans vitesse initiale notable dans une conduite comportant une section qui ralentit le gaz (voir schéma ci-dessous).



On étudie le régime permanent

1°) Rappeler le premier principe pour un système ouvert à une entrée et une sortie en régime permanent et qui permet de récupérer du travail utile  $W^u$  sur un arbre.

-Que peut-on dire de la transformation de Joule-Thomson ?

-Si l'azote est un gaz parfait, démontrer que  $T_2 = T_1$ .

2°) En réalité l'azote est légèrement différent d'un gaz parfait si la pression augmente.

Son équation d'état est donnée par la loi approchée donnée dans l'étude préliminaire.

- Donner l'expression de  $\left. \frac{dT}{dP} \right|_h$  lors de la détente de Joules-Thomson et en fonction des paramètres de la loi

d'état approchée, et de  $c_p$

3°) Montrer qu'il existe une température  $T_i$  tel que si  $T < T_i$ , la détente provoque un refroidissement, et si  $T > T_i$  un réchauffement.

A.N. donner la valeur de  $T_i$ , avec  $c_{p,N_2} = 7/2 r$ .

4°) pour faire facilement et rapidement une application numérique, on va simplifier l'expression de  $dT/dP$ .

Pour cela, on admettra que, lors de la détente, la variation de température est faible.

Montrer alors que  $dT/dP$  est pratiquement constant au voisinage de 293K, et pour les valeurs de pression  $P_1 = 10^6$  et  $P_2 = 10^5$  Pa.

En déduire la valeur du refroidissement  $T_2 - T_1$ .

## Réponses

### Etude préliminaire

$$v = \frac{rT}{P} + \left(B - \frac{A}{rT}\right) \implies \left. \frac{\partial v}{\partial T} \right|_P = \frac{r}{P} + \frac{A}{rT^2}, \quad v - T \left. \frac{\partial v}{\partial T} \right|_P = B - 2 \frac{A}{rT}$$

$$h(T, P) = h_{gp}(T) + \left(B - 2 \frac{A}{rT}\right) (P - P_0)$$

### Refroidissement de l'azote par détente

1°) Pour un système ouvert avec une entrée 1 et une sortie 2, en régime permanent, le bilan d'énergie devient :

$$\dot{m} (h_2 - h_1) = \dot{W}^u + \dot{Q},$$

$\dot{m}$  est le débit massique de fluide passant dans le système (kg/s),  $\dot{W}^u$  est la puissance utile récupérée sur un arbre et  $\dot{Q}$  la puissance échangée en chaleur.

La détente de Joule-Thomson est telle que  $\dot{W}^u = 0$   $\dot{Q} = 0$ .  $\implies$  détente isenthalpe  $h_2 = h_1$

Si le gaz est parfait  $h = c_p T + \text{cst}$   $\implies T_2 = T_1$ , pas de variation de température lors de la détente.

2°) Lors de la détente de Joule-Thomson  $dh = 0$

En reprenant l'expression de  $h(T, P)$  vue précédemment, on obtient :

$$\left. \frac{dT}{dP} \right|_h = - \frac{[B - 2A/rT]}{[c_p + 2A(P - P_0)/rT^2]}$$

3°) Pour une détente :  $dP < 0$

Si  $dT/dP > 0$  alors  $dT < 0$ , c'est un refroidissement,

Si  $dT/dP < 0$  alors  $dT > 0$ , c'est un réchauffement.

La valeur limite est  $B - 2A/rT_i = 0 \implies T_i = 2A/rB$

Si  $B - 2A/rT < 0$ , c.a.d. si  $T < T_i$ , alors  $dT < 0$  refroidissement

Si  $B - 2A/rT > 0$ , c.a.d. si  $T > T_i$ , alors  $dT > 0$  réchauffement

$T_i = 822,5 \text{ K}$

4°) Si la température varie peu au cours de la détente, le terme  $[B - 2A/rT]$  est pratiquement constant.

D'autre part avec les valeurs de pression  $P_2 (=P_0)$  et  $P_1$ ,

on trouve que la valeur maximum de  $2A(P_1 - P_0)/rT^2$  est égale à  $11,7 \text{ J/kg}$

or  $c_p = 7/2r = 1040 \text{ J/kg}$

$\implies$  on peut négliger le 2eme terme du dénominateur de  $dT/dP$ .

$dT/dP$  est constant au voisinage de  $298 \text{ K}$

A.N. :  $T_2 - T_1 = (2A/rT - B) (P_2 - P_1)/c_p \implies T_2 - T_1 = 2,36 \cdot 10^{-6} (P_2 - P_1)$  à  $T_1 = 293 \text{ K}$

Soit  $T_2 - T_1 = -2,1 \text{ K}$