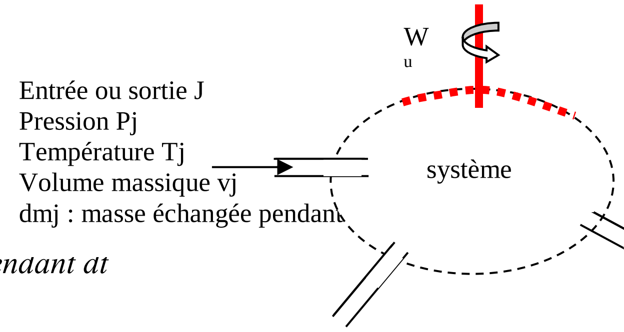
INSA de Rouen
Département Energétique et propulsion
Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Réservoir d'air comprimé

Questions de cours

1°) Soit un système ouvert à plusieurs entrées ou sorties.
On néglige les énergies cinétiques et de pesanteur.
Certaines parties du système sont mobiles et reliées à un axe sur lequel on récupère du travail utile W^u.
En appliquant le 1[er] principe,



montrer que la variation d'énergie interne dU du système pendant at est donnée par $dU = \partial W^u + \partial Q + \sum_j h_j dm_j$

avec δW^u le travail utile et δQ la chaleur échangés par le système pendant dt.
h_j est l'enthalpie du fluide dans les conditions de l'entrée/sortie J.
2°) Le système est à une entrée 1 une sortie 2. Si le système est dans un régime permanent, c'est-à-dire que son énergie interne U ne varie pas, *Montrer que dans ce cas*

$$\delta h_{1-2} = \delta q_{1-2} + \delta w^u_{1-2}$$

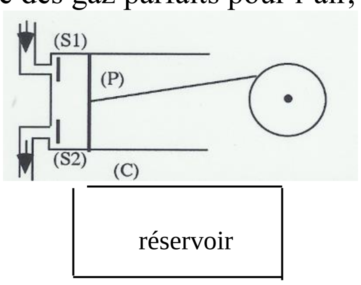
avec δh_{1-2} la variation d'enthalpie de l'unité de masse du fluide qui rentre en 1 et sort en 2. (les grandeurs en minuscule sont massique)
3°) *Démontrer que, pour un gaz parfait, la variation d'entropie massique entre les états 1 et 2 est donnée par*

$$\Delta s = \frac{r}{\gamma - 1} Ln(\frac{T_2}{T_1}) + rLn(\frac{v_2}{v_1}).$$

On rappelle que pour un gaz parfait le coefficient calorimétrique l est tel que l=P.
r est la constante massique du gaz parfait, $\gamma = c_p / c_v$; c_p et c_v sont constants et $c_p - c_v = r$.

Etude de la compression de l'air considéré comme un gaz parfait

Soit un compresseur qui permet de faire passer la pression de P_i à P_f
On définit r la constante massique des gaz parfaits pour l'air, $\gamma = c_p/c_v$; c_p et c_v sont constants.



1°) La compression est réversible et adiabatique
Démontrer la relation qui lie P et v (le volume massique) au cours de cette transformation.
- calculer la température finale Tf en fonction de la température initiale Ti, du rapport des pressions Pf/Pi et de γ
- Calculer le travail utile w^u (par unité de masse) échangé au cours de la transformation en fonction de r, $\gamma = c_p/c_v$, et des conditions initiale et finale de température.
2°) Application numérique :
le gaz est de l'air ; γ =1,4, R=8,32 (SI) ; masse molaire de l'air M_{air}=0,029 (SI)
la température initiale est T1=300K
Calculer la température finale de compression Tf si le rapport de compression est Pf/Pi=10
Calculer le travail utile w^u (par unité de masse).

Etude de l'évolution de température dans le réservoir d'air comprimé
L'air est toujours considéré comme un gaz parfait

c_p et c_v sont constants et c_p-c_v =r.
On suppose que le réservoir n'échange pas de chaleur avec l'extérieur.
Si on considère le volume d'air dans le réservoir, il représente un système ouvert. A chaque cycle une masse dm rentre dans ce système et sa température augmente
1°) questions préliminaires :
on considère que la référence des enthalpies est nulle à T0, c'est à dire que h(T0)=0.
Montrer alors que l'enthalpie h s'écrit : h(T)=cp(T-T0)
En déduire que u(T)=cv(T-T0)-P0v0
2°) *Calculer la variation dU du système, quand il échange la masse dm, en fonction de c_p, T, T0 et dm.* La température finale T en sortie du compresseur est supposée égale à celle de l'air dans le réservoir
3°) *En déduire la relation* $\frac{dm}{m} = \frac{c_v}{r}\frac{dT}{T}$, ou m est la masse d'air dans le réservoir
4°) On donne To la température initiale et m0 la masse initiale dans le reservoir.
donner l'expression de T en en fonction de T0, du rapport m/m_0 et de γ.
5°) Application numérique :
le gaz est de l'air , γ =1,4, R=8,32 (SI) ; masse molaire de l'air M_{air}=0,029 (SI).
le volume balayé pendant la phase de compression dans l'appareil représenté ci-dessus est de 0,1E-3 m3. ρ_{air}=1. (SI) à P0=1atm.
Le compresseur tourne à 1300 tours/mn.
Calculer le débit massique du compresseur.
Calculer la masse m introduite au bout d'une minute dans le réservoir
En déduire la température T de l'air dans le réservoir, sachant que V0=1m3, P0=1atm et T0=300K.

Réponses

Questions de cours

1°) Démonstration faite en cours. Raisonnement que les élèves doivent comprendre et savoir

2°) Démonstration faite en cours. Raisonnement que les élèves doivent comprendre et savoir

3°) Démonstration faite en cours. Raisonnement que les élèves doivent comprendre et savoir

Etude de la compression de l'air considéré comme un gaz parfait

1°) $\Delta s_{i\text{-}f} = 0$ ===> $\frac{r}{\gamma-1}Ln(T) + rLn(v) = cst$ ===> $T^{1/(\gamma-1)}v = cst$

Comme Pv=rT, on obtient $Pv^{\gamma} = cst$, ce qui peut aussi s'écrire $P^{1-\gamma}T^{\gamma} = cst$

Donc $\frac{Tf}{Ti} = [\frac{Pf}{Pi}]^{(\gamma-1)/\gamma}$

Pas d'échange de chaleur, et d'après le 2°) des questions de cours

$$W^u = \Delta h_{i\text{-}f} = c_p\,(T_f - T_i)$$

Ou encore exprimé en fonction de γ et r

$$W^u = r\,\gamma/(\gamma-1)\,(T_f - T_i)$$

2°) r= 286,9 (SI), T_f=579,2 K, W^u= 280,4 kJ/kg

Etude de l'évolution de température dans le réservoir d'air comprimé

1°) $h(T)-h(T_0)= cp\,(T- T_0)$ ===> $h(T)= cp\,(T- T_0)$

$u(T)-u(T_0)= cv\,(T- T_0)$ ===> $u(T)= cv\,(T- T_0) + u(T_0)$

on a $u(T_0)= h(T_0) - P_0v_0= - P_0v_0$ ===> $u(T)= cv\,(T- T_0) - P_0v_0$

2°) En appliquant le résultat de la question de cours du 1°)

$$dU=h(T)dm$$

Rq : le réservoir ne produit pas de Wu

Rq : Dans cet exercie l'énergie interne U dans le réservoir varie, contrairement au raisonnement appliqué dans l'exercice précédent.

3°) Pour le réservoir contenant une masse m d'air (le système) on a : U=u m

$dU= m\,du + u\,dm = m\,c_v dT + [cv\,(T- T_0) - P_0v_0]\,dm$

donc $cp\,(T- T_0)\,dm= m\,c_v dT + [cv\,(T- T_0) - P_0v_0]\,dm$

en regroupant les termes en dm : $[cp\,(T- T_0) - cv\,(T- T_0) + P_0v_0]\,dm= m\,c_v dT$

===> $r\,T\,dm = m c_v dT$, donc la formule recherchée

4°) en intégrant $m/m_0= (T/T_0)^{1/(\gamma-1)}$

5°) m_{air}= 2,17 10^{-3} kg/s

m_{1mn}= 0,13 kg, m_0= 1kg ===> T= 315 K (au bout de 1mn)