

INSA de Rouen

Département Energétique et propulsion

Enseignement Thermodynamique et Machines Thermiques (A. Coppalle)

Vaporisation et Condensation de l'eau

Questions de cours

- Rappeler l'équation d'état d'une mole de gaz parfait

Pour une mole de gaz à la température T et à la pression P , l'équation d'état de Van der Waals est donnée par

$$\left[P + \frac{a}{v^2}\right] (v - b) = RT,$$

où v est le volume molaire, R la constante des gaz parfaits, a et b deux constantes.

- Donner l'équation pour n moles occupant le volume V , à P et T .

La masse molaire du gaz est M , on note $r = R/M$

- Donner l'équation pour une masse m occupant le volume V , à P et T ,

- Donner l'équation massique en fonction du volume massique v_v , P et T .

- Rappeler la formule de Clapeyron qui donne la chaleur latente L_{vap} en fonction

- des volumes massiques des phases liquide et gaz, respectivement v_l et v_v ,

- de la température T

- et de la pression de vapeur saturante P_{vap} .

- En supposant que L_{vap} est constante, que $v_l \ll v_v$ et que le gaz est parfait,

montrer que P_{vap} est donnée par

$$\ln(P_{vap}/P_{vap}^0) = L_{vap}/r (1/T_0 - 1/T)$$

Avec $r = R/M$, P_{vap}^0 et T_0 une pression et une température de référence.

Exercice sur la vaporisation/condensation de l'eau

On donne pour l'eau

Masse molaire $M = 18$ g

Les constantes de l'équation de Van Der Waals

$a = 0.5537$ Pa m³ /mole²; $b = 3,05 \cdot 10^{-5}$ m³/mole; $R = 8,314$ J K⁻¹ mole⁻¹

La loi de variation de la pression de vapeur saturante

$\ln(P_{vap}) = 13.7 - 5120 / T$, avec P_{vap} en atm, 1 atm = $1,013 \cdot 10^5$ Pa.

Questions préliminaires

1°-a) Un volume de 1 m³ contient 18g de vapeur d'eau (une mole) à 300K

Quelle est la pression P^{GP} (en Pa) si on suppose que la vapeur d'eau est un gaz parfait ?

Quelle est la pression P^{VdW} (en Pa) si on suppose que la vapeur d'eau est un gaz de Van Der Waals?

Calculer l'écart relatif entre les deux pressions, $(P^{GP} - P^{VdW})/P^{VdW}$.

Que peut-on en conclure pour la vapeur d'eau dans les conditions précédentes?

1°-b) Calculer la pression de vapeur P_{vap} (en Pa) à 300K.

Comparer aux valeurs trouvées dans le 1°-1) et conclure quant à la présence d'eau liquide dans le volume de 1m³ à 300K.

Condensation réversible de l'eau à température constante $T_1 = 300K$

Un volume de 1 m³ contient 18g de vapeur d'eau (une mole) à 300K.

On comprime réversiblement la vapeur à la température constante de 300K,

le volume passe de $V_0 = 1$ m³ à $V_1 = 0,5$ m³.

La vapeur est un gaz parfait.

2°-a) En raisonnant sur la pression, montrez qu'il existe du liquide à l'état final

2°-b) A partir de quel volume V^* apparaît la première goutte d'eau liquide ? faire l'A.N.

2°-c) Tracer sur un diagramme (P, V) l'allure de la transformation V_0 à V_1 .

2°-d) Donner la relation qui existe entre le volume de vapeur final $V_{1,v}$, le volume de liquide final $V_{1,lq}$ et le volume final total V_1 .

On donne le volume massique de l'eau liquide $v_{liq} = 10^{-3}$ m³/kg.

On appelle v_v le volume massique de la vapeur, V_{liq}^0 le volume occupé initialement par $m = 18$ g de liquide.

Calculer la masse finale m_v de vapeur, et en déduire que le titre de vapeur est donné par

$$X_v = (V_1 - V_{\text{liq}}^0) / (V^* - V_{\text{liq}}^0).$$

ou V^* est le volume calculé précédemment. *Faire l'A.N.*

Vaporisation de l'eau à volume constant V_1 .

A partir de la température $T_1=300\text{K}$, on chauffe à volume constant V_1 la masse $m=18\text{g}$.

La transformation s'arrête dès que le liquide disparaît, la température est alors T_2 ,

3°-a) *tracer sur le diagramme (P, V) l'allure de cette transformation.*

3°-b) *Donner les deux relations qui permettent de calculer T_2 et P_2 .*

3°-c) les deux inconnues sont donc T_2 et P_2 . Le système d'équation est non linéaire.

Pour le résoudre, on suppose que T_2 n'est pas très différent de T_1 et s'écrit $T_2 = T_1 (1 + \varepsilon)$, avec $\varepsilon \ll 1$.

On rappelle les deux approximations suivantes

$$\ln(1+\varepsilon) \approx \varepsilon \text{ et } 1/(1+\varepsilon) \approx 1-\varepsilon .$$

Montrer que $\varepsilon = \ln[P_{\text{vap}}(T_1) / (RT_1/V_1)] / (1 - 5120 / T_1)$, faire l'A.N. et donner la valeur de T_2 .

Réponses

Questions de cours

$-P^0 = RT$

- Soit V le volume du gaz : $V = n \cdot \bar{v}$, donc on a $[P + a \frac{n^2}{V^2}] [V - nb] = nRT$

$- n = m/M$: donc on a $[P + a/(M^2 v_v^2)] [v_v - b/M] = rT$

- Clapeyron : $L_{vap} = T(v_v - v_l) \frac{dP_{vap}}{dT}$

- on $v_v = rT/P_{vap}$ et $v_v \gg v_l$, donc $\frac{dP_{vap}}{P_{vap}} = L_{vap} \frac{dT}{rT^2}$

En intégrant d'un état 0, on obtient la formule

Questions préliminaires

1°-a) $P^{GP} = 2494,2 \text{ Pa}$; $P^{VdW} = 2493,7 \text{ Pa}$ $\implies P^{GP} - P^{VdW} = 0,4 \text{ Pa}$ et l'écart relatif = 0,2%

Conclusion : 1m³ de vapeur d'eau à 300K peut être considéré comme un gaz parfait.

1°-b) $\ln(P_{vap}) = 13.7 - 5120 / T$, on obtient $P_{vap}(300K) = 3494,8 \text{ Pa}$

$P_{vap}(300K) > P$ correspondant à 18g de vapeur dans 1 m³ à 300K, pas de liquide dans l'enceinte.

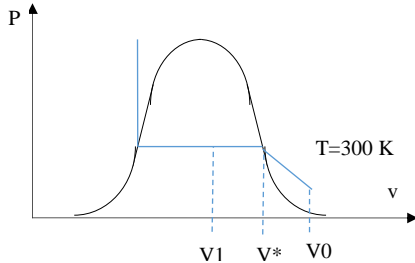
2°-a) Soit $V = 0,5 \text{ m}^3$ ne contenant que de la vapeur : $P = RT/V = 4988,4 \text{ Pa}$ (Rappel, il y a une mole dans l'enceinte)

Cette valeur est supérieure à $P_{vap}(300K)$, il existe du liquide dans 0,5m³ à 300K

2°-b) On a la première goutte de liquide quand $P = P_{vap}$

$V^* = RT / P_{vap}(300K) = 0,714 \text{ m}^3$.

2°-c)

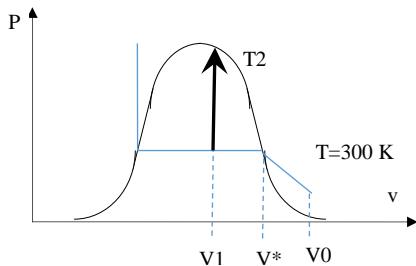


2°-d) à l'état final : $V_1 = V_{1,v} + V_{1,l}$

$m_v = P_{vap} V_{1,v} / rT$

Donc $V_1 = m_v rT / P_{vap} + (m_0 - m_v) v_1$, en réarrangeant on trouve la formule et $X_v = 70\%$

3°-a)



3°-b) Il n'y a que de la vapeur dans le volume V_1 à T_2 : $P_2 V_1 = RT_2$ (Rappel 1 mole dans V_1).

On $P_2 = P_{vap}(T_2)$

Il faut résoudre $P_2 V_1 = RT_2$

et $\ln(P_2) = 13.7 - 5120 / T_2$

3°-c) $\ln(RT_2 / V_1) = 13.7 - 5120 / T_2 \implies \ln(T_2 (1 + \epsilon)) = \ln(V_1 / R) + 13.7 - 5120 (1 - \epsilon) / T_1$

$\implies \epsilon = \frac{\ln(P_{vap}(T_1) \cdot V_1 / (RT_1))}{[1 - \frac{5120}{T_1}]} = 0,022 \implies T_2 = 306 \text{ K}$